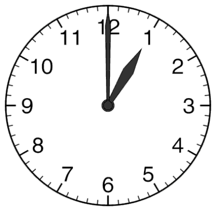
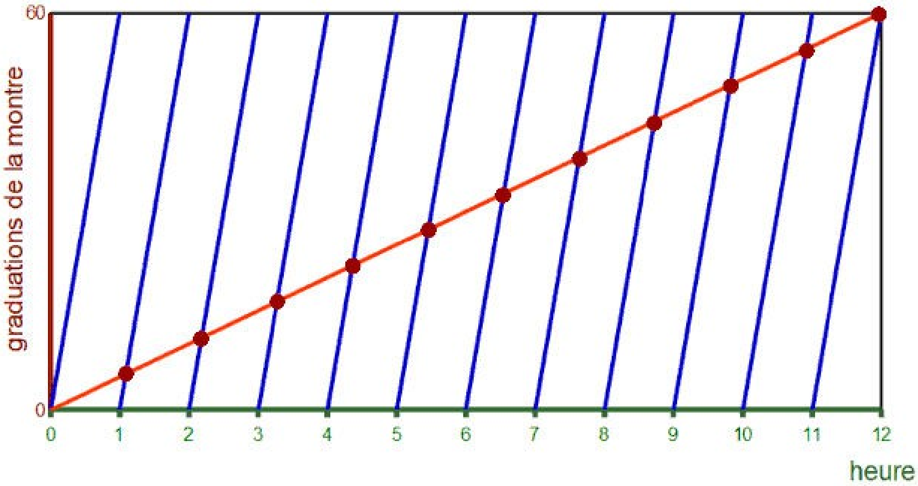
A quelles heures les deux aiguilles d'une montre se superposent-elles ?

On pourrait penser que la première rencontre se réalise à 1 h 05 min.
Mais le temps que la grande aiguille arrive sur le 1,
la petite aiguille a légèrement avancé.
La rencontre a donc lieu un peu après 1 h.
Tout le problème est de déterminer ce "***peu après***".



La solution apparaît sur ce graphique :



Horizontalement en abscisse, le temps qui passe par exemple de minuit à midi.
Verticalement en ordonnée, les graduations de la montre.
La petite aiguille (en rouge) passe de 0 à 60 en 12 h.
La grande aiguille (en bleu) revient à 0 toutes les heures.
On voit que les rencontres sont séparées par 11 intervalles égaux.

Chaque intervalle vaut donc $\frac{12}{11}h$

$\frac{12}{11}h = 1{,}0909...\ h = 1\ h + 0{,}0909...\ h =$

$1\ h + 0{,}0909... \times 60\ min = 1\ h + 5{,}4545...\ min =$

$1\ h + 5\ min + 0{,}4545...\ min =$

$1\ h + 5\ min + 0{,}4545... \times\ 60\ s =$

$1\ h + 5\ min + 27{,}27...\ s$

$\frac{12\ h}{11} = 1\,h + \frac{1}{11}h = 1\,h + \frac{60}{11}min$

$1\,h + 5\,min + \frac{5}{11}\ min =$

$1\,h + 5\,min + \frac{300}{11}s =$

$1\ h + 5\ min + 27\ s + \frac{3}{11}s$

La 2ème rencontre se fait à $2\,h + \frac{2}{11}h = 2\ h + 10\ min + 54,\ 54...\ s$

La 3ème rencontre se fait à $3\,h + \frac{3}{11}h = ...$