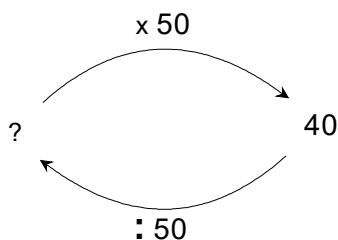


Les quotients

Définition

Exemple : J'ai acheté 50 rapporteurs. Je les ai payés 40 €. Quel est le prix d'un rapporteur ?



$$\text{Prix d'un rapporteur} = 40 \text{ €} : 50 = 0,80 \text{ €}$$

vérification :

$$0,80 \text{ €} \times 50 = 40 \text{ €}$$

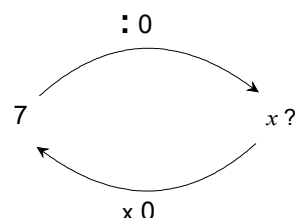
La division est l'opération inverse de la multiplication

Division par zéro

Peut-on trouver un nombre $x = 7 : 0$?

Il faudrait que $x \times 0 = 7$

or $x \times 0 = 0$



La division par zéro est impossible.

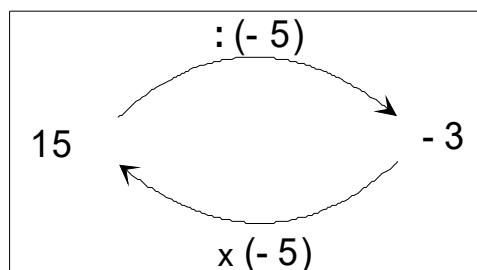
Signe d'un quotient

Exemple :

$$15 : (-5) = -3$$

car

$$(-3) \times (-5) = -15$$



Pour trouver le signe d'un quotient on applique la règle des signes :

Si les deux nombres ont le même signe le résultat est positif $\frac{-3,5}{-7} = \frac{3,5}{7} = 0,5$

Si les deux nombres ont des signes différents le résultat est négatif

$$\frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

$$\frac{-48}{6} = -\frac{48}{6} = -8$$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

et

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Écriture fractionnaire

Le résultat de la division $a : b$ s'appelle le " **quotient de a par b** ". On le note aussi $\frac{a}{b}$

$$a : b = \frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} a \text{ est le } \textit{numérateur} \\ b \text{ est le } \textit{dénominateur} \end{array}$$

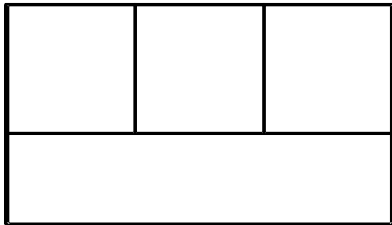
$$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{3,14.....}{2} = 1,57.....$$

Priorités

Exemple 1 :

Les dimensions de ce terrain sont 246 m sur 145 m.



Il est partagé en 4 parcelles dont 3 sont carrées.

Quelle est l'aire de la parcelle rectangulaire ?

$$A = 246 \times \left(145 - \frac{246}{3} \right)$$

ou

$$A = 246 \times 145 - 3 \times \left(\frac{246}{3} \right)^2$$

Exemple 2 :

Voici un programme de calcul pour calculer un nombre B :

- choisis un nombre,
- ajoute 4,
- multiplie le résultat par 3,
- divise le par 2
- ajoute le nombre du départ.

B =

Quelle expression correspond à ce programme de calcul ?

Fractions et nombre décimaux

Définition : La fraction $\frac{n}{d}$ est le quotient des **nombres entiers** n et d ($d \neq 0$).

Un nombre décimal est une fraction particulière $2,45 = \frac{245}{100}$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 50 \\ 10 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 1,714285714.... \end{array}$$

On retrouve le même reste,
le quotient a donc une infinité de chiffres.

$\frac{12}{7}$ n'est pas une fraction décimale.

Dans les calculs on conservera $\frac{12}{7}$ sans la remplacer par des valeurs approchées.

Fraction et nombres entiers

Un nombre entier est une fraction particulière $7 = \frac{7}{1} = \frac{35}{5} = \dots$

Simplification d'un quotient

1^{ère} méthode :

on divise le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

$$\frac{540}{630} = \frac{54}{63} = \frac{6}{7}$$

$\begin{array}{ccc} & : 10 & : 9 \\ \curvearrowright & & \curvearrowright \\ & : 10 & : 9 \end{array}$

2^{ème} méthode :

on décompose le numérateur et le dénominateur en produits.

$$\frac{m a}{m b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{85}{153} = \frac{5 \times 17}{9 \times 17} = \frac{5}{9}$$

Pour éliminer les nombres décimaux :

on multiplie le numérateur et le dénominateur par une puissance de 10.

$$\frac{2,5}{0,45} = \frac{250}{45} = \frac{50}{9}$$

Calcul mental : $42\,000 : 560 = ?$

$$\frac{42\,000}{560} = \frac{4200}{56} = \frac{600}{8} = 75$$

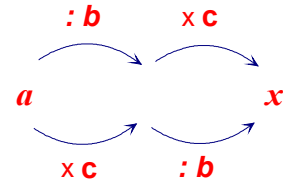
Quotients et calculs exacts

Multiplications et divisions

Exemple 1 calcul exact $\frac{3}{7} \times 35 = \frac{3 \times 35}{7} = 3 \times 5 = 35$

Dans un calcul, on peut inverser l'ordre entre la multiplication et division

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$



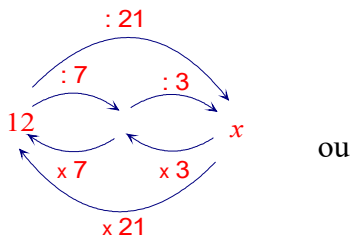
Exemple 2 calcul d'une fraction

$$\frac{3}{4} \text{ de } 240 = \frac{3}{4} \times 240 = 180$$

Exemple 3 Calcul d'un %

$$15 \% \text{ de } 347 \text{ €} = \frac{15}{100} \times 347 \text{ €} = 52,05 \text{ €}$$

Divisions successives



ou

$$(12 : 7) : 3 = 12 : (7 \times 3)$$

$$\frac{12}{7} : 3 = \frac{12}{7 \times 3} = \frac{4}{7}$$

En général

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \times c}$$

ou

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a : c}{b}$$

Additions et soustractions

Il faut mettre les deux quotients au même dénominateur

exemples : $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{15}{35} + \frac{14}{35} = \frac{29}{35}$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

$$5 - \frac{7}{6} = \frac{30}{6} - \frac{7}{6} = \frac{23}{6}$$

$$\frac{7}{24} - \frac{5}{16} = \frac{7 \times 2}{24 \times 2} - \frac{5 \times 3}{16 \times 3} = \frac{14}{48} - \frac{15}{48} = \frac{-1}{48}$$

Multiplier par un quotient

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

exemples : $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$

$$\frac{8}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{40}{9}$$

$$5 \times \frac{7}{6} = \frac{42}{6}$$

$$\frac{28}{27} \times \frac{54}{49} = \frac{4 \times 7 \times 6 \times 9}{3 \times 9 \times 7 \times 7} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 7} = \frac{8}{7}$$

Pensez aux simplifications

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

Divisions

Pour diviser par un nombre, on peut multiplier par son inverse

Exemples : $\frac{3}{7} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{14}$

$$5 : \frac{7}{6} = 5 \times \frac{6}{7} = \frac{30}{7}$$

$$\frac{8}{3} : 2 = \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{3 \times 2} = \frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{8}{3} : 2 = \frac{8:2}{3} = \frac{4}{3}$$

Les priorités opératoires

exemple 1 : $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{7} - \frac{6}{49} = \frac{35}{49} - \frac{6}{49} = \frac{29}{49}$

exemple 2 : calculez $A = 2x^2 - 5x + 1$ pour $x = \frac{2}{3}$

$$A = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 5 \times \frac{2}{3} + 1$$

$$A = 2 \times \frac{4}{9} - 5 \times \frac{2}{3} + 1$$

$$A = \frac{8}{9} - \frac{10}{3} + 1$$

$$A = \frac{8}{9} - \frac{30}{9} + \frac{9}{9}$$

$$A = \frac{-13}{9}$$